1) $f_X(0) = P(X=0) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{32}$.

$f_X(1) = P(X=1) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{13}{32}$.

$f_X(2) = P(X=2) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{13}{32}$.

$f_X(3) = P(X=3) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{32}$.

2) $F_X(x) = \frac{3}{32} \mathbb{1}_{[0,1[}(x) + \frac{3}{32} \mathbb{1}_{[0,1[}(x) + \frac{16}{32} \mathbb{1}_{[1,2[}(x) + \frac{29}{32} \mathbb{1}_{[2,3[}(x)$
$+ \mathbb{1}_{[3,+\infty[}(x)$.

Exo 3

Déterminer $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ / $F(x) = \frac{a|x+4|}{b+|x|}$ $x \in]-\infty, +\infty[$

soit une fct de distribution.

on a $\lim_{x \to -\infty} F_X(x) = 0$, $\lim_{x \to +\infty} F_X(x) = 1 \Rightarrow a = 1$.

$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x+4}{b-x} = -1 + \frac{b+4}{b-x} & ; x \in]-4, 0[\\ \frac{x+4}{b+x} = 1 + \frac{4-b}{b+x} & ; x \in [0, +\infty[\end{cases}$$

pour la croissance de F

$4 - b \leq 0$ soit $(b \geq 4)$ et $(b+4) \geq 0$ $(b \geq -4)$.

d'où $b \geq 4$. F est continue sur $\mathbb{R}$. (même en -4)

Donc F est une fct de répartition si

$$\begin{cases} a = 1 \\ b \geq 4. \end{cases}$$

Exo 4

les valeurs possibles de X sont $n = \{3, 4, 5, 6\}$.